

प्रश्नावली 5.1

1. निम्नलिखित में से किस स्थिति में, शामिल संख्याओं की सूची A. P. के रूप में बनती है और क्यों?

(i) प्रत्येक किमी के बाद टैक्सी का किराया, जबकि पहले किमी के लिए किराया 15 रुपये और प्रत्येक अतिरिक्त किमी के लिए 8 रुपये है।

हल: पहले 1 किमी के लिए टैक्सी का किराया = 15 रुपये

पहले 2 किलोमीटर के लिए टैक्सी का किराया = $15 + 8 = 23$ रुपये

पहले 3 किलोमीटर का टैक्सी का किराया = $23 + 8 = 31$ रुपये

पहले 4 किलोमीटर का टैक्सी का किराया = $31 + 8 = 39$ रुपये

और इसी तरह.....

\therefore यह क्रम 15, 23, 31, 39 ... है और एक A. P. बनाता है

क्योंकि प्रत्येक अगला पद पिछले पद से 8 अधिक है। Ans.

(ii) एक सिलेंडर में मौजूद हवा की मात्रा जब एक वैक्यूम पंप एक समय में सिलेंडर में शेष हवा का $\frac{1}{4}$ निकाल देता है।

हल: बता दें कि सिलेंडर में हवा का आयतन a यूनिट इकाई है।

वैक्यूम पंप निकालता है = $\frac{a}{4}$ यूनिट

\therefore बेलन में शेष हवा = $a - \frac{a}{4} = \frac{3a}{4}$

फिर से, वैक्यूम पंप = $\frac{1}{4} \cdot \frac{3a}{4}$ इकाई को हटा देता है

= $\frac{3a}{16}$ इकाई को हटा देता है।

\therefore बेलन में शेष हवा = $\frac{3a}{4} - \frac{3a}{16}$

$$= \frac{12a - 3a}{16}$$

$$= \frac{9a}{16}$$
 इकाई

$a, \frac{3a}{4}, \frac{9a}{16}, \dots$ और इसी तरह होगा

यहाँ सार्व अंतर समान नहीं है।

\therefore यह शृंखला एक A. P. नहीं है। Ans.

(iii) प्रत्येक मीटर खोदने के बाद एक कुआं खोदने की लागत, जब पहले मीटर के लिए इसकी लागत 150 रुपये होती है और प्रत्येक बाद के मीटर के लिए 50 रुपये बढ़ जाती है।

हल: पहले मीटर के लिए कुआं खोदने की लागत = 150 रुपये

पहले 2 मीटर के लिए कुआं खोदने की लागत = $(150 + 50)$ रुपये = 200 रुपये

पहले 3 मीटर के लिए कुआं खोदने की लागत = $(200 + 50)$ रुपये = 250 रुपये

पहले 4 मीटर के लिए कुआं खोदने की लागत = $(250 + 50)$ रुपये = 300 रुपये

और इसी तरह...

\therefore अनुक्रम 150, 200, 250, 300, ... एक A. P. बनाता है

क्योंकि प्रत्येक अगला पद पिछले पद से 50 अधिक है।

(iv) प्रति वर्ष खाते में राशि, जब 10000 रुपये प्रति वर्ष चक्रवृद्धि ब्याज पर 8% जमा किया जाता है।

हल: मूलधन = रु. 10000

ब्याज दर (r) = 8% प्रति वर्ष

$$\begin{aligned} \text{1 वर्ष के बाद की राशि} &= P \times \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \\ &= 10000 \times \left(1 + \frac{8}{100}\right)^1 \\ &= 10000 \times \frac{108}{100} \\ &= 10800 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2 वर्ष बाद की राशि} &= 10000 \times \left(1 + \frac{8}{100}\right)^2 \\ &= 10000 \times \frac{108}{100} \times \frac{108}{100} \\ &= 11664 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{3 वर्ष बाद की राशि} &= 10000 \times \left(1 + \frac{8}{100}\right)^3 \\ &= 10000 \times \frac{108}{100} \times \frac{108}{100} \times \frac{108}{100} \\ &= 12597.12 \end{aligned}$$

\therefore धन की राशि होगी, 10800, 11664, 12597.12, और इसी तरह

यहाँ सार्व अंतर समान नहीं है।

\therefore यह शृंखला एक A. P. नहीं है। Ans.

2. A. P. के पहले चार पद लिखिए जब पहला पद a और सार्व अंतर d इस प्रकार दिया गया हो:

(i) $a = 10, d = 10$

हल: यहाँ $a = 10$ और $d = 10$ है

$$\therefore a_2 = a + d = 10 + 10 = 20$$

$$a_3 = a + 2d = 10 + 20 = 30$$

$$a_4 = a + 3d = 10 + 30 = 40 \text{ और इसी तरह...}$$

\therefore A. P. के पहले चार पद 10, 20, 30 और 40 हैं। Ans.

(ii) $a = -2, d = 0$

हल: यहाँ $a = -2$ और $d = 0$ है

$$\therefore a_2 = a + d = -2 + 0 = -2$$

$$a_3 = a + 2d = -2 + 2 \times 0 = -2$$

$$a_4 = a + 3d = -2 + 3 \times 0 = -2 \text{ और इसी तरह...}$$

\therefore A. P. के पहले चार पद -2, -2, -2 और -2 हैं। Ans.

(iii) $a = 4, d = -3$

हल: यहाँ $a = 4$ और $d = -3$ है

$$\therefore a_2 = a + d = 4 + (-3) = 1$$

$$a_3 = a + 2d = 4 + 2 \times (-3) = 4 - 6 = -2$$

$$a_4 = a + 3d = 4 + 3 \times (-3) = 4 - 9 = -5 \text{ और इसी तरह...}$$

\therefore A. P. के पहले चार पद 4, 1, -2 और -5 हैं। Ans.

(iv) $a = -1, d = \frac{1}{2}$

हल: यहाँ $a = -1$ और $d = \frac{1}{2}$

$$\therefore a_2 = a + d = -1 + \frac{1}{2} = \frac{-1}{2}$$

$$a_3 = a + 2d = -1 + 2 \times \frac{1}{2} = -1 + 1 = 0$$

$$a_4 = a + 3d = -1 + 3 \times \frac{1}{2} = -1 + \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \text{ और इसी तरह...}$$

\therefore इस A. P. के पहले चार पद -1, $\frac{-1}{2}$, 0, $\frac{1}{2}$ हैं। Ans.

(v) $a = -1.25, d = -0.25$

हल: यहाँ $a = -1.25$ और $d = -0.25$

$$\therefore a_2 = a + d = -1.25 + (-0.25) = -1.50$$

$$a_3 = a + 2d = -1.25 + 2 \times (-0.25) = -1.25 - 0.50 = -1.75$$

$$a_4 = a + 3d = -1.25 + 3 \times (-0.25) = -1.25 - 0.75 = -2.00 \text{ और इसी तरह...}$$

\therefore इस A. P. के पहले चार पद हैं -1.25, -1.50, -1.75, और -2.00 Ans.

3. निम्नलिखित A.P. के लिए, पहला पद और सार्व अंतर लिखिए।

(i) 3, 1, -1, -3 ...

हल: दिया गया A. P. 3, 1, -1, -3, है।

$$\text{यहाँ } a = 3 \text{ और } d = a_2 - a_1$$

$$= 1 - 3 = -2$$



$\therefore a = 3$ और $d = -2$ Ans.

(ii) $-5, -1, 3, 7 \dots$

हल: यहाँ पर A. P. है $-5, -1, 3, 7 \dots$

यहाँ $a = -5$ और $d = a_2 - a_1$

$$= -1 - (-5)$$

$$= -1 + 5 = 4$$

$\therefore a = -5$ और $d = 4$ Ans.

(iii) $\frac{1}{3}, \frac{5}{3}, \frac{9}{3}, \frac{13}{3} \dots$

हल: दिया हुआ A. P. है $\frac{1}{3}, \frac{5}{3}, \frac{9}{3}, \frac{13}{3} \dots$

यहाँ $a = \frac{1}{3}$ और $d = a_2 - a_1$

$$= \frac{5}{3} - \frac{1}{3}$$

$$= \frac{4}{3}$$

$\therefore a = \frac{1}{3}$ और $d = \frac{4}{3}$ Ans.

(iv) $0.6, 1.7, 2.8, 3.9 \dots$

हल: यहाँ पर A. P. है $0.6, 1.7, 2.8, 3.9 \dots$

यहाँ $a = 0.6$

और $d = a_2 - a_1$

$$= 1.7 - 0.6$$

$$= 1.1$$

$\therefore a = 0.6$ और $d = 1.1$ Ans.

4. निम्नलिखित में से कौन से A. P. हैं? यदि वे एक A. P. बनाते हैं तो सार्व अंतर d जात कीजिए और तीन और पद लिखिए।

(i) $2, 4, 8, 16 \dots$

हल: दी गई श्रृंखला $2, 4, 8, 16$ है...

$$\text{यहाँ, } a_2 - a_1 = 4 - 2 = 2$$

$$\text{और } a_3 - a_2 = 8 - 4 = 4$$

$$\text{यहाँ } a_2 - a_1 \neq a_3 - a_2$$

\therefore दी गई श्रृंखला A. P. नहीं बना रही है Ans.

(ii) $2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2} \dots$

हल: दी गई श्रृंखला है $2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2} \dots$

$$\text{यहाँ, } a_2 - a_1 = \frac{5}{2} - 2 = \frac{1}{2}$$

$$\text{और } a_3 - a_2 = 3 - \frac{5}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{यहाँ } a_2 - a_1 = a_3 - a_2$$

\therefore दी गई श्रृंखला एक A. P. बना रही है

अगले तीन पद के लिए

$$a_5 = a + 4d = 2 + 4 \times \frac{1}{2} = 2 + 2 = 4$$

$$a_6 = a + 5d = 2 + 5 \times \frac{1}{2} = 2 + \frac{5}{2} = \frac{9}{2}$$

$$a_7 = a + 6d = 2 + 6 \times \frac{1}{2} = 2 + 3 = 5$$

\therefore इस A. P. के अगले तीन पद $4, \frac{9}{2}$ और 5 हैं। Ans.

(iii) $-1.2, -3.2, -5.2, -7.2 \dots$

हल: दी गई श्रृंखला $-1.2, -3.2, -5.2, -7.2 \dots$

$$\text{यहाँ, } a_2 - a_1 = -3.2 - (-1.2) = -3.2 + 1.2 = -2$$

$$\text{और } a_3 - a_2 = -5.2 - (-3.2) = -5.2 + 3.2 = -2$$

$$\text{यहाँ } a_2 - a_1 = a_3 - a_2$$

\therefore दी गई श्रृंखला एक A. P. बना रही है

अगले तीन पद के लिए

$$a_5 = a + 4d = -1.2 + 4 \times (-2) = -1.2 - 8 = -9.2$$

$$a_6 = a + 5d = -1.2 + 5 \times (-2) = -1.2 - 10.0 = -11.2$$

$$a_7 = a + 6d = -1.2 + 6 \times (-2) = -1.2 - 12 = -13.2$$

\therefore इस A. P. के अगले तीन पद हैं - $9.2, -11.2$ और -13.2 Ans.

(iv) $-10, -6, -2, 2 \dots$

हल: दी गई श्रृंखला है $-10, -6, -2, 2 \dots$

$$\text{यहाँ, } a_2 - a_1 = -6 - (-10) = -6 + 10 = 4$$

$$\text{और } a_3 - a_2 = -2 - (-6) = -2 + 6 = 4$$

$$\text{यहाँ } a_2 - a_1 = a_3 - a_2$$

\therefore दी गई श्रृंखला एक A. P. बना रही है

अगले तीन पद के लिए

$$a_5 = a + 4d = -10 + 4 \times 4 = -10 + 16 = 6$$

$$a_6 = a + 5d = -10 + 5 \times 4 = -10 + 20 = 10$$

$$a_7 = a + 6d = -10 + 6 \times 4 = -10 + 24 = 14$$

∴ इस A. P. के अगले तीन पद 6, 10 और 14 हैं। Ans.

(v) $3, 3 + \sqrt{2}, 3 + 2\sqrt{2}, 3 + 3\sqrt{2}$

हल: दी गई श्रृंखला है $3, 3 + \sqrt{2}, 3 + 2\sqrt{2}, 3 + 3\sqrt{2} \dots$

$$\text{यहाँ, } a_2 - a_1 = 3 + \sqrt{2} - 3 = \sqrt{2}$$

$$\text{और } a_3 - a_2 = 3 + 2\sqrt{2} - (3 + \sqrt{2}) = 3 + 2\sqrt{2} - 3 - \sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$\text{यहाँ } a_2 - a_1 = a_3 - a_2$$

∴ दी गई श्रृंखला एक A. P. बना रही है

अगले तीन पद के लिए

$$a_5 = a + 4d = 3 + 4 \times \sqrt{2} = 3 + 4\sqrt{2}$$

$$a_6 = a + 5d = 3 + 5 \times \sqrt{2} = 3 + 5\sqrt{2}$$

$$a_7 = a + 6d = 3 + 6 \times \sqrt{2} = 3 + 6\sqrt{2}$$

∴ इस A. P. के अगले तीन पद $3 + 4\sqrt{2}, 3 + 5\sqrt{2}$ और $3 + 6\sqrt{2}$ हैं। Ans.

(vi) $0.2, 0.22, 0.222, 0.2222 \dots$ ।

हल: दी गई श्रृंखला $0.2, 0.22, 0.222, 0.2222 \dots$

$$\text{यहाँ, } a_2 - a_1 = 0.22 - 0.2 = 0.02$$

$$\text{और } a_3 - a_2 = 0.222 - 0.22 = 0.002$$

$$\text{यहाँ } a_2 - a_1 \neq a_3 - a_2$$

∴ दी गई श्रृंखला A. P. नहीं बना रही है Ans.

(vii) $0, -4, -8, -12 \dots$

हल: दी गई श्रृंखला है $0, -4, -8, -12 \dots$

$$\text{यहाँ, } a_2 - a_1 = -4 - 0 = -4$$

$$a_3 - a_2 = -8 - (-4) = -8 + 4 = -4$$

$$\text{यहाँ } a_2 - a_1 = a_3 - a_2$$

∴ दी गई श्रृंखला एक A. P. बना रही है

अगले तीन पद के लिए

$$a_5 = a + 4d = 0 + 4 \times (-4) = -16$$

$$a_6 = a + 5d = 0 + 5 \times (-4) = -20$$

$$a_7 = a + 6d = 0 + 6 \times (-4) = -24$$

∴ इस A. P. के अगले तीन पद हैं -16, -20 और -24 Ans.

$$(viii) -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \dots$$

हल: दी गई श्रृंखला है $-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \dots$

$$\text{यहाँ, } a_2 - a_1 = -\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$$

$$\text{और } a_3 - a_2 = -\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$$

$$\text{यहाँ } a_2 - a_1 = a_3 - a_2$$

\therefore दी गई श्रृंखला एक A. P. बना रही है

अगले तीन पद के लिए

$$a_5 = a + 4d = -\frac{1}{2} + 4 \times 0 = -\frac{1}{2} + 0 = -\frac{1}{2}$$

$$a_6 = a + 5d = -\frac{1}{2} + 5 \times 0 = -\frac{1}{2} + 0 = -\frac{1}{2}$$

$$a_7 = a + 6d = -\frac{1}{2} + 6 \times 0 = -\frac{1}{2} + 0 = -\frac{1}{2}$$

\therefore इस A. P. के अगले तीन पद हैं $-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ और $-\frac{1}{2}$ Ans.

(ix) 1, 3, 9, 27 ...

हल: दी गई श्रृंखला 1, 3, 9, 27 है...

$$\text{यहाँ, } a_2 - a_1 = 3 - 1 = 2$$

$$\text{और } a_3 - a_2 = 9 - 3 = 6$$

$$\text{यहाँ } a_2 - a_1 \neq a_3 - a_2$$

\therefore दी गई श्रृंखला A. P. नहीं बना रही है Ans.

(x) a, 2a, 3a, 4a ...

हल: दी गई श्रृंखला a, 2a, 3a, 4a ...

$$\text{यहाँ, } a_2 - a_1 = 2a - a = a$$

$$\text{और } a_3 - a_2 = 3a - 2a = a$$

$$\text{यहाँ } a_2 - a_1 = a_3 - a_2$$

\therefore दी गई श्रृंखला एक A. P. बना रही है

अगले तीन पद के लिए

$$a_5 = a + 4d = a + 4 \times a = a + 4a = 5a$$

$$a_6 = a + 5d = a + 5 \times a = a + 5a = 6a$$

$$a_7 = a + 6d = a + 6 \times a = a + 6a = 7a$$

\therefore इस A. P. के अगले तीन पद 5a, 6a और 7a हैं। Ans.

(xi) $a, a^2, a^3, a^4 \dots$ हल: दी गई श्रृंखला $a, a^2, a^3, a^4 \dots$ यहाँ, $a_2 - a_1 = a^2 - a = a(a - 1)$ और $a_3 - a_2 = a^3 - a^2 = a^2(a - 1)$ यहाँ $a_2 - a_1 \neq a_3 - a_2$

∴ दी गई श्रृंखला A. P. नहीं बना रही है Ans.

(xii) $\sqrt{2}, \sqrt{8}, \sqrt{18}, \sqrt{32} \dots$ हल: दी गई श्रृंखला है $\sqrt{2}, \sqrt{8}, \sqrt{18}, \sqrt{32} \dots$ या, $\sqrt{2}, 2\sqrt{2}, 3\sqrt{2}, 4\sqrt{2} \dots$ यहाँ, $a_2 - a_1 = 2\sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$ और $a_3 - a_2 = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$ यहाँ $a_2 - a_1 = a_3 - a_2$

∴ दी गई श्रृंखला एक A. P. बना रही है

अगले तीन पद के लिए

$$a_5 = a + 4d = \sqrt{2} + 4 \times \sqrt{2} = \sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 5\sqrt{2} = \sqrt{50}$$

$$a_6 = a + 5d = \sqrt{2} + 5 \times \sqrt{2} = \sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 6\sqrt{2} = \sqrt{72}$$

$$a_7 = a + 6d = \sqrt{2} + 6 \times \sqrt{2} = \sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 7\sqrt{2} = \sqrt{98}$$

∴ इस A. P. के अगले तीन पद $\sqrt{50}, \sqrt{72}$ और $\sqrt{98}$ हैं। Ans.(xiii) $\sqrt{3}, \sqrt{6}, \sqrt{9}, \sqrt{12} \dots$ हल: दी गई श्रृंखला है $\sqrt{3}, \sqrt{6}, \sqrt{9}, \sqrt{12} \dots$ यहाँ, $a_2 - a_1 = \sqrt{6} - \sqrt{3} = \sqrt{3} \times \sqrt{2} - \sqrt{3} = \sqrt{3}(\sqrt{2} - 1)$ और $a_3 - a_2 = \sqrt{9} - \sqrt{6} = 3 - \sqrt{6} = \sqrt{3}(\sqrt{3} - \sqrt{2})$ यहाँ $a_2 - a_1 \neq a_3 - a_2$

∴ दी गई श्रृंखला A. P. नहीं बना रही है Ans.

(xiv) $1^2, 3^2, 5^2, 7^2 \dots$ हल: दी गई श्रृंखला है $1^2, 3^2, 5^2, 7^2 \dots$ या, $1, 9, 25, 49, \dots$ यहाँ, $a_2 - a_1 = 9 - 1 = 8$ और $a_3 - a_2 = 25 - 9 = 16$ यहाँ $a_2 - a_1 \neq a_3 - a_2$

∴ दी गई श्रृंखला A. P. नहीं बना रही है Ans.

(xv) $1^2, 5^2, 7^2, 73 \dots$ हल: दी गई श्रृंखला है $1^2, 5^2, 7^2, 73 \dots$ या $1, 25, 49, 73 \dots$ यहाँ, $a_2 - a_1 = 25 - 1 = 24$ और $a_3 - a_2 = 49 - 25 = 24$ यहाँ $a_2 - a_1 = a_3 - a_2$

∴ दी गई श्रृंखला एक A. P. बना रही है

अगले तीन पद के लिए

$$a_5 = a + 4d = 1 + 4 \times 24 = 1 + 96 = 97$$

$$a_6 = a + 5d = 1 + 5 \times 24 = 1 + 120 = 121$$

$$a_7 = a + 6d = 1 + 6 \times 24 = 1 + 144 = 145$$

∴ इस A. P. के अगले तीन पद 97, 121 और 145 हैं। Ans.

प्रश्नावली 5.2

1. निम्नलिखित तालिका में रिक्त स्थानों को भरिए, दिया गया है कि a पहला पद है, सार्व अंतर d है और a_n , A. P. का n वां पद है।

a	d	n	a_n
7	3	8	---
-18	---	10	0
---	-3	18	-5
-18.9	2.5	---	3.6
3.5	0	105	---

हल: (i) यहाँ, $a = 7$, $d = 3$ और $n = 8$,

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$\therefore a_8 = 7 + (8 - 1)3$$

$$= 7 + 7 \times 3$$

$$= 7 + 21$$

$$= 28$$

$$\therefore a_8 = 28 \text{ Ans.}$$

(ii) यहाँ, $a = -18$, $d = ?$ और $n = 10$

$$a_n = 0$$

$$\Rightarrow a + (n - 1)d = 0$$

$$\Rightarrow -18 + (10 - 1)d = 0$$

$$\Rightarrow 9d = 18$$

$$\Rightarrow d = 2$$

$$\therefore d = 2 \text{ Ans.}$$



(iii) यहाँ $a = ?$, $d = -3$, $n = 18$

और $a_n = -5$

$$\Rightarrow a + (n-1)d = -5$$

$$\Rightarrow a + (18-1)(-3) = -5$$

$$\Rightarrow a - 54 + 3 = -5$$

$$\Rightarrow a - 51 = -5$$

$$\Rightarrow a = -5 + 51$$

$$\Rightarrow a = 46$$

$$\therefore a = 46 \text{ Ans.}$$

(iv) यहाँ, $a = -18.9$, $d = 2.5$, $n = ?$

और $a_n = 3.6$

$$\Rightarrow a + (n-1)d = 3.6$$

$$\Rightarrow -18.9 + (n-1)2.5 = 3.6$$

$$\Rightarrow -18.9 + 2.5n - 2.5 = 3.6$$

$$\Rightarrow -21.4 + 2.5n = 3.6$$

$$\Rightarrow 2.5n = 3.6 + 21.4$$

$$\Rightarrow 2.5n = 25.0$$

$$\Rightarrow n = 10$$

$$\therefore n = 10$$

(v) यहाँ, $a = 3.5$, $d = 0$, $n = 105$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$a_{105} = 3.5 + (105-1)0$$

$$= 3.5 + 104 \times 0$$

$$= 3.5$$

$$\therefore a_{105} = 3.5 \text{ Ans.}$$

2. निम्नलिखित में से सही विकल्प चुनिए और उचित ठहराइए:

(i) A. P.: 10, 7, 4, ..., का 30वाँ पद है

- (a) 97 (b) 77 (c) -77 (d) -87

हल: दिया गया A. P. 10, 7, 4, ...

यहाँ, $a = 10$ और $d = a_2 - a_1$

$$= 7 - 10 = -3$$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$a_{30} = 10 + (30-1)(-3)$$

$$= 10 + (29)(-3)$$

$$= 10 - 87$$

$$= -77$$

\therefore सही विकल्प (c) है। Ans.

$$\text{अब, } a_3 = a + 2d$$

$$= 18 + 2 \times (-5)$$

$$\equiv 18 - 10 \equiv 8$$

∴ लुप्त पद 18 और 8 हैं। Ans.

$$(iii) 5, \boxed{}, \boxed{}, 9\frac{1}{2}$$

हल: यहाँ $a = 5$

और $a_4 = 9\frac{1}{2}$

$$\Rightarrow 5 + 3d = \frac{19}{2}$$

$$\Rightarrow 3d = \frac{19}{2} - 5$$

$$\Rightarrow 3d = \frac{2}{9}$$

$$\Rightarrow d = \frac{3}{2}$$

2

समीकरण (i) में 'd' का मान रखें, हमारे पास है,

$$a + 3 \times \frac{3}{2} = \frac{19}{2}$$

$$\Rightarrow a + \frac{9}{2} = \frac{19}{2}$$

$$\Rightarrow a = \frac{19}{2} - \frac{9}{2}$$

$$\Rightarrow a = \frac{10}{2}$$

$$\Rightarrow a = 5$$

$$\text{अब, } a_2 = a + d$$

$$= 5 + \frac{3}{2}$$

$$= \frac{13}{2}$$

और $a_3 = a + 2d$

$$= 5 + 2 \times \frac{3}{2}$$

$$= 5 + 3$$

8

- 5

∴ लुप्त पद हैं $\frac{13}{2}$ और 8. Ans.

हलः यहाँ $a = -4$

और $a_6 = 6$

$$\Rightarrow -4 + 5d = 6$$

$$= 53 - 60$$

$$= -7$$

\therefore लुप्त पद 53, 23, 8 और -7 हैं। Ans.

4. A. P. 3, 8, 13, 18, ... का कौन सा पद 78 है?

हल: दिया गया A. P. 3, 8, 13, 18, ...

$$\text{यहाँ, } a = 3, d = a_2 - a_1$$

$$= 8 - 3 = 5$$

$$\text{और } a_n = 78$$

$$\Rightarrow a + (n - 1)d = 78$$

$$\Rightarrow 3 + (n - 1)5 = 78$$

$$\Rightarrow 3 + 5n - 5 = 78$$

$$\Rightarrow 5n - 2 = 78$$

$$\Rightarrow 5n = 78 + 2$$

$$\Rightarrow 5n = 80$$

$$\Rightarrow n = 16$$

अतः, इस A. P. का 16वाँ पद 78 है।

5. निम्नलिखित प्रत्येक A. P. में पदों की संख्या ज्ञात कीजिए

(i) 7, 13, 19, ..., 205

हल: दिया गया A. P. 7, 13, 19, ..., 205 है

$$\text{यहाँ, } a = 7, d = a_2 - a_1$$

$$= 13 - 7 = 6$$

$$\text{और } a_n = 205$$

$$\Rightarrow a + (n - 1)d = 205$$

$$\Rightarrow 7 + (n - 1)6 = 205$$

$$\Rightarrow 7 + 6n - 6 = 205$$

$$\Rightarrow 6n + 1 = 205$$

$$\Rightarrow 6n = 205 - 1$$

$$\Rightarrow 6n = 204$$

$$\Rightarrow n = 34$$

अतः, इस A. P. का 34वाँ पद 205 है।

(ii) $18, 15\frac{1}{2}, 13, \dots, -47$

हल: दिया गया A. P. $18, 15\frac{1}{2}, 13, \dots, -47$ है

$$\text{यहाँ } a = 18, d = a_2 - a_1$$

$$= 15\frac{1}{2} - 18 = -2\frac{1}{2}$$

और $a_n = -47$

$$\Rightarrow a + (n-1)d = -47$$

$$\Rightarrow 18 + (n-1) \left(\frac{-5}{2} \right) = -47$$

$$\Rightarrow 18 - \frac{5}{2}n + \frac{5}{2} = -47$$

$$\Rightarrow -\frac{5}{2}n = -47 - 18 - \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow -\frac{5}{2}n = \frac{-94 - 36 - 5}{2}$$

$$\Rightarrow -\frac{5}{2}n = \frac{-135}{2}$$

$$\Rightarrow n = \frac{135}{2} \times \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow n = 27$$

अतः, इस A. P. का 27वाँ पद -47 है। 356

Ans.

6. क्या A. P. 11, 8, 5, 2, ... का एक पद -150 है? क्यों?

हल: दी गई श्रृंखला है, 11, 8, 5, 2,

$$\text{यहाँ } a = 11, d = a_2 - a_1$$

$$= 8 - 11 = -3$$

और $a_n = -150$

$$\Rightarrow a + (n-1)d = -150$$

$$\Rightarrow 11 + (n-1)(-3) = -150$$

$$\Rightarrow 11 - 3n + 3 = -150$$

$$\Rightarrow 14 - 3n = -150$$

$$\Rightarrow -3n = -150 - 14$$

$$\Rightarrow -3n = -164$$

$$\Rightarrow n = \frac{164}{3}$$

$$\Rightarrow n = 54.8$$

यहाँ n एक प्राकृत संख्या नहीं है।

$\therefore -150$ इस A. P. का पद नहीं है। Ans.

7. उस A. P. का 31वाँ पद ज्ञात कीजिए जिसका 11वाँ पद 38 और 16वाँ पद 73 है।

हल: यहाँ $a_{11} = 38$ और $a_{16} = 73$ हैं

$$\Rightarrow a + 10d = 38 \dots \dots \dots \mid (i)$$

$$\text{और } a + 15d = 73 \dots \dots \dots \mid (ii)$$

समीकरण (i) को (ii) से घटाने पर, हम पाते हैं

$$5d = 35$$

$$\Rightarrow d = 7$$

समीकरण (i) में 'd' का मान रखें, हमारे पास हैं।

$$a + 10 \times 7 = 38$$

$$\Rightarrow a + 70 = 38$$

$$\Rightarrow a = 38 - 70$$

$$\Rightarrow a = -32$$

$$\text{अब, } a_{31} = a + (31-1) d$$

$$= -32 + 30 \times 7$$

$$= -32 + 210$$

- 178 -

∴ 31वाँ पद 178 है। Ans.

8. एक A. P. में 50 पद हैं, जिसका तीसरा पद 12 है और अंतिम पद 106 है। 29वाँ पद ज्ञात कीजिए।

हल: यहाँ $a_3 = 12$, $a_n = 106$ और $n = 50$

$$\text{और } a + (n - 1) d = 106$$

$$\text{या, } a + (50 - 1) d = 106$$

समीकरण (i) को (ii) से

$$49d - 2d = 1$$

$$\Rightarrow 47d =$$

$$\Rightarrow d = 2$$

समाकरण (i) में

$$a + 2 \times 2 = 1$$

$$\Rightarrow a + 4 = 12$$

$$\Rightarrow a = 12$$

$$\Rightarrow a = 8$$

$$= a + (29-1)$$

$$= 8 + 56$$

$$= 64$$

∴ 29वां पट 64 है। Ans

$$\Rightarrow a + nd - d - a - 53d = 132$$

$$\Rightarrow nd - 54d = 132$$

$$\Rightarrow n \times 12 - 54 \times 12 = 132$$

$$\Rightarrow 12n - 648 = 132$$

$$\Rightarrow 12n = 132 + 648$$

$$\Rightarrow 12n = 780$$

$$\Rightarrow n = 65$$

\therefore 65वाँ पद अपने 54वें पद से 132 अधिक है। Ans.

12. दो A. P. का समान अंतर है। उनके 100वें पद का अंतर 100 है, उनके 1000वें पद का अंतर क्या है?

हल: मान लीजिए कि A. P. $a, a + d, a + 2d, \dots$

और $A, A + d, A + 2d, \dots$

A. t. q. उनके 100वें पद का अंतर 100 है

$$\Rightarrow a_n - A_n = 100$$

$$\Rightarrow [a + (n - 1)d] - [A + (n - 1)d] = 100$$

$$\Rightarrow [a + 99d] - [A + 99d] = 100$$

$$\Rightarrow a + 99d - A - 99d = 100$$

$$\Rightarrow a - A = 100 \quad \dots \dots \dots \text{(i)}$$

अब, दो A.P. के 1000वें पदों के बीच का अंतर

$$= a_{1000} - A_{1000}$$

$$= [a + (1000 - 1)d] - [A + (1000 - 1)d]$$

$$= [a + 999d] - [A + 999d]$$

$$= a + 99d - A - 99d$$

$$= a - A$$

$$= 100 \quad [\text{(i) से}]$$

\therefore दो A. P. के 1000वें पदों का अंतर 100 है। Ans.

13. तीन अंकों वाली कितनी संख्याएँ 7 से विभाज्य हैं?

हल: तीन अंकों की संख्या जो 7 से विभाज्य है

105, 112, 119, 126, \dots , 994

यहाँ $a = 105$ और $d = a_2 - a_1$

$$= 112 - 105$$

$$= 7$$

अब, $a_n = 994$

$$\Rightarrow a + (n - 1)d = 994$$

$$\Rightarrow 105 + (n - 1)7 = 994$$

$$\Rightarrow 105 + 7n - 7 = 994$$

$$\Rightarrow 98 + 7n = 994$$

$$\Rightarrow 7n = 994 - 98$$

$$\Rightarrow 7n = 896$$

$$\Rightarrow n = 128$$

\therefore तीन अंकों वाली 128 संख्याएँ हैं जो 7 से विभाज्य हैं।

14. 10 और 250 के बीच 4 के कितने गुणक हैं?

हल: 4 के गुणक जो 10 और 250 के बीच स्थित हैं

12, 16, 20, , 248

$$\text{यहाँ } a = 12 \text{ और } d = a_2 - a_1$$

$$= 16 - 12 = 4$$

$$\text{अब, } a_n = 248$$

$$\Rightarrow a + (n - 1)d = 248$$

$$\Rightarrow 12 + (n - 1)4 = 248$$

$$\Rightarrow 12 + 4n - 4 = 248$$

$$\Rightarrow 8 + 4n = 248$$

$$\Rightarrow 4n = 248 - 8$$

$$\Rightarrow 4n = 240$$

$$\Rightarrow n = 60$$

\therefore यहाँ 10 और 250 के बीच 4 के 60 गुणक हैं। Ans.

15. n के किस मान के लिए, दो A.P., 63, 65, 67, .. और 3, 10, 17, .. के nवें पद बराबर हैं?

हल: दो A.P. 63, 65, 67, और 3, 10, 17, ...

पहले A.P. में, $a = 63$, $d = 65 - 63 = 2$

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$= 63 + (n - 1)2$$

$$= 63 + 2n - 2$$

$$= 61 + 2n$$

दूसरे A.P. में, $a = 3$, $d = 10 - 3 = 7$

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$= 3 + (n - 1)7$$

$$= 3 + 7n - 7$$

$$= 7n - 4$$

A. t. q. दोनों A.P. का nवें पद बराबर है

$$\Rightarrow 61 + 2n = 7n - 4$$

$$\Rightarrow 2n - 7n = -61 - 4$$

$$\Rightarrow -5n = -65$$

$$\Rightarrow n = 13$$

\therefore इन दोनों A.P. के 13वें पद एक दूसरे के बराबर हैं। Ans.

$$\text{और } a_6 + a_{10} = 44$$

$$\Rightarrow a + 5d + a + 9d = 44$$

$$\Rightarrow 2a + 14d = 44$$

समीकरण (i) को (ii) से घटाने पर, हम पाते हैं

$$7d - 5d = 22 - 12$$

$$\Rightarrow 2d = 10$$

$$\Rightarrow d = 5$$

समीकरण (i) में 'd' का मान रखें, हमारे पास हैं,

$$a + 5 \times 5 = 12$$

$$\Rightarrow a + 25 = 12$$

$$\Rightarrow a = 12 - 25$$

$$\Rightarrow a = -13$$

$$\text{अब, } a_2 = a + d = -13 + 5 = -8$$

$$\text{और } a_3 = a_2 + d = -8 + 5 = -3$$

∴ इस A. P. के पहले तीन पद -13, -8 और -3 हैं। Ans.

19. सुब्बा राव ने 1995 में 5000 रुपये के वार्षिक वेतन पर काम शुरू किया और प्रत्येक वर्ष 200 रुपये की वृद्धि प्राप्त की। किस वर्ष में उसकी आय 7000 रुपये तक पहुंच गई?

हल: दिए गए प्रश्न से यह देखा जा सकता है कि सुब्बा राव की आय हर साल 200 रुपये बढ़ जाती है और इसलिए, यह एक A. P. बनाता है।

पहले साल में वेतन = ₹. 5000

$$\text{दूसरे वर्ष में वेतन} = \text{रु. } 5000 + \text{रु. } 200 = \text{रु. } 5200$$

तीसरे वर्ष में वेतन = 5200 रु. + 200 रु. = 5400 रु. और इतने पर...

यह एक A. P. 5000, 5200, 5400, बनाता है।

$$a = 5000 \text{ और } d = 200$$

यहाँ $a_n = 7000$

$$\Rightarrow a + (n - 1)d = 7000$$

$$\Rightarrow 5000 \pm (n - 1) \cdot 200 = 7000$$

$$\Rightarrow 5000 \pm 200 \text{ n} = 200 = 7000$$

$$\Rightarrow 4800 + 200n = 7000$$

$$\Rightarrow 200n = 7000 - 4800$$

$$\Rightarrow 200n = 2200$$

$$\Rightarrow n = 11$$

∴ 11वें वर्ष में उसका वेतन 7000 रुपये होगा। Ans.

20. रामकली ने एक वर्ष के पहले सप्ताह में 5 रुपये की बचत की और फिर अपनी साप्ताहिक बचत में 1.75 रुपये की वृद्धि की। यदि n वें सप्ताह में, उसकी साप्ताहिक बचत 20.75 रुपये हो जाती है, तो n ज्ञात कीजिए।

हल: पहले सप्ताह में रामकली की बचत = 5 रु

दूसरे सप्ताह में = 5 रुपये + 1.75 रुपये = 6.75 रुपये

तीसरे सप्ताह में = 6.75 रुपये + 1.75 रुपये = 8.50 रुपये और इतने पर

यह A. P. 5, 6.75, 8.50, बनाता है।

$$a = 5 \text{ और } d = 1.75$$

$$\text{यहाँ } a_n = 20.75$$

$$\Rightarrow a + (n - 1) d = 20.75$$

$$\Rightarrow 5 + (n - 1) 1.75 = 20.75$$

$$\Rightarrow 5 + 1.75 n - 1.75 = 20.75$$

$$\Rightarrow 1.75 n + 3.25 = 20.75$$

$$\Rightarrow 1.75 n = 20.75 - 3.25$$

$$\Rightarrow 1.75 n = 17.50$$

$$\Rightarrow n = 10$$

\therefore 10वें सप्ताह में उसकी बचत 20.75 रु. हो जाएगी। Ans.

प्रश्नावली 5.3

1. निम्नलिखित A. P. का योग ज्ञात कीजिए।

(i) 2, 7, 12, ..., 10 पदों तक

हल: यहाँ पर A. P. है 2, 7, 12,

$$\text{यहाँ, } a = 2, d = a_2 - a_1$$

$$= 7 - 2 = 5$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$\Rightarrow S_{10} = \frac{10}{2}[2 \times 2 + (10 - 1) \times 5]$$

$$= 5 [4 + 9 \times 5]$$

$$= 5 [4 + 45]$$

$$= 5 \times 49$$

$$= 245$$

\therefore 10 पदों का योग 245 है। Ans.

(ii) - 37, - 33, - 29, ... 12 पदों तक

हल: यहाँ पर A. P. है - 37, - 33, - 29, ...

$$\text{यहाँ, } a = -37, d = a_2 - a_1$$

$$= -33 - (-37)$$

$$= -33 + 37 = 4$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$\Rightarrow S_{12} = \frac{12}{2}[2 \times (-37) + (12 - 1) \times 4]$$

$$= 6[-74 + 11 \times 4]$$

$$= 6[-74 + 44]$$

$$= 6 \times (-30)$$

$$= -180$$

\therefore 12 पदों का योग -180 है। Ans.

(iii) 0.6, 1.7, 2.8, से 100 पदों तक

हल: यहाँ पर A. P. है 0.6, 1.7, 2.8,

$$\text{यहाँ, } a = 0.6, d = a_2 - a_1$$

$$= 1.7 - 0.6 = 1.1$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$\Rightarrow S_{100} = \frac{100}{2}[2 \times 0.6 + (100 - 1) \times 1.1]$$

$$= 50[1.2 + 99 \times 1.1]$$

$$= 50[1.2 + 108.9]$$

$$= 50 \times 110.1$$

$$= 5505$$

\therefore 100 पदों का योग 5505 है। Ans.

(iv) $\frac{1}{15}, \frac{1}{12}, \frac{1}{10}, \dots$ से 11 पदों तक

हल: यहाँ पर A. P. है $\frac{1}{15}, \frac{1}{12}, \frac{1}{10}, \dots$

$$\text{यहाँ, } a = \frac{1}{15}, d = a_2 - a_1$$

$$= \frac{1}{12} - \frac{1}{15} = \frac{1}{60}$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$\Rightarrow S_{11} = \frac{11}{2}[2 \times \frac{1}{15} + (11 - 1) \times \frac{1}{60}]$$

$$= \frac{11}{2}[\frac{2}{15} + \frac{1}{6}]$$

$$= \frac{11}{2} \left[\frac{4+5}{30} \right]$$

$$= \frac{11}{2} \times \frac{9}{30}$$

$$= \frac{11}{2} \times \frac{3}{10}$$

$$= \frac{33}{20}$$

\therefore 11 पदों का योग $\frac{33}{20}$ है। Ans.

2. नीचे दिए हुए योगफालों को ज्ञात कीजिए:

(i) $7 + 10 \frac{1}{2} + 14 + \dots + 84$

हल: यहाँ दी गई श्रृंखला है $7 + 10 \frac{1}{2} + 14 + \dots + 84$

यहाँ, $a = 7$, $d = \frac{7}{2}$

और $a_n = 84$

$$\Rightarrow a + (n - 1)d = 84$$

$$\Rightarrow 7 + (n - 1) \frac{7}{2} = 84$$

$$\Rightarrow 7 + \frac{7}{2}n - \frac{7}{2} = 84$$

$$\Rightarrow \frac{7}{2}n = 84 - 7 + \frac{7}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{7}{2}n = \frac{168 - 14 + 7}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{7}{2}n = \frac{161}{2}$$

$$\Rightarrow n = \frac{161}{2} \times \frac{2}{7}$$

$$\Rightarrow n = 23$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}[a + l]$$

$$\Rightarrow S_{23} = \frac{23}{2}[7 + 84]$$

$$= \frac{23}{2} \times 91$$

$$= \frac{2093}{2}$$

\therefore श्रृंखला का योग $\frac{2093}{2}$ है। Ans.

(ii) $34 + 32 + 30 + \dots + 10$

हल: यहाँ दी गई श्रृंखला $34 + 32 + 30 + \dots + 10$ है

यहाँ, $a = 34$, $d = 32 - 34$

$$= -2$$

और $a_n = 10$

$$\Rightarrow a + (n - 1)d = 10$$

$$\Rightarrow 34 + (n - 1)(-2) = 10$$

$$\Rightarrow 34 - 2n + 2 = 10$$

$$\Rightarrow 36 - 2n = 10$$

$$\Rightarrow -2n = 10 - 36$$

$$\Rightarrow -2n = -26$$

$$\Rightarrow n = 13$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}[a + l]$$

$$\Rightarrow S_{13} = \frac{13}{2}[34 + 10]$$

$$= \frac{13}{2} \times 44$$

$$= 13 \times 22$$

$$= 286$$

\therefore शून्खला का योग 286 है। Ans.

(iii) $-5 + (-8) + (-11) + \dots + (-230)$

हल: यहाँ दी गई शून्खला है $-5 + (-8) + (-11) + \dots + (-230)$

यहाँ, $a = -5$, $d = -8 - (-5)$

$$= -8 + 5 = -3$$

और $a_n = -230$

$$\Rightarrow a + (n - 1)d = -230$$

$$\Rightarrow -5 + (n - 1)(-3) = -230$$

$$\Rightarrow -5 - 3n + 3 = -230$$

$$\Rightarrow -2 - 3n = -230$$

$$\Rightarrow -3n = -230 + 2$$

$$\Rightarrow -3n = -228$$

$$\Rightarrow n = 76$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}[a + l]$$

$$\Rightarrow S_{76} = \frac{76}{2}[-5 + (-230)]$$

$$= 38 \times (-235)$$

$$= -8930$$

\therefore शून्खला का योग -8930 है। Ans.

3. एक A. P. में

(i) $a = 5$, $d = 3$, $a_n = 50$ दिया हुआ है, n और S_n ज्ञात कीजिए।

हल: यहाँ, $a = 5$, $d = 3$

और एक $a_n = 50$

$$\Rightarrow a + (n - 1)d = 50$$

$$\Rightarrow 5 + (n - 1)3 = 50$$

$$\Rightarrow 5 + 3n - 3 = 50$$

$$\Rightarrow 2 + 3n = 50$$

$$\Rightarrow 3n = 50 - 2$$

$$\Rightarrow 3n = 48$$

$$\Rightarrow n = 16$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}[a + a_n]$$

$$\Rightarrow S_{16} = \frac{16}{2}[5 + 50]$$

$$= 8 \times 55$$

$$= 440$$

$\therefore n = 16$ और $S_{16} = 440$ है। Ans.

(ii) दिया हुआ $a = 7$, $a_{13} = 35$, d और S_{13} ज्ञात कीजिए।

हल: यहाँ, $a = 7$

और $a_{13} = 35$

$$\Rightarrow a + (n - 1)d = 35$$

$$\Rightarrow 7 + (13 - 1)d = 35$$

$$\Rightarrow 12d = 35 - 7$$

$$\Rightarrow 12d = 28$$

$$\Rightarrow d = \frac{7}{3}$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$\Rightarrow S_{13} = \frac{13}{2}[2 \times 7 + (13 - 1) \frac{7}{3}]$$

$$= \frac{13}{2}[14 + 12 \times \frac{7}{3}]$$

$$= \frac{13}{2}[14 + 28]$$

$$= \frac{13}{2} \times 42$$

$$= 13 \times 21$$

$$= 273$$

$\therefore d = \frac{7}{3}$ और $S_{13} = 273$ है। Ans.

(v) दिया हुआ $d = 5$, $S_9 = 75$, a और a_9 जात कीजिए।

हल: यहाँ, $d = 5$

और $S_9 = 75$

$$\Rightarrow \frac{9}{2}[2a + (9 - 1)5] = 75 [\because S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n - 1)d\}]$$

$$\Rightarrow \frac{9}{2}[2a + 40] = 75$$

$$\Rightarrow 9a + 180 = 75$$

$$\Rightarrow 9a = 75 - 180$$

$$\Rightarrow 9a = -105$$

$$\Rightarrow a = -\frac{105}{9}$$

$$\Rightarrow a = -\frac{35}{3}$$

अब, $a_n = a + (n - 1)d$

$$\therefore a_9 = -\frac{35}{3} + (9 - 1)5$$

$$= -\frac{35}{3} + 8 \times 5$$

$$= -\frac{35}{3} + 40$$

$$= \underline{\underline{-\frac{35}{3} + 120}}$$

$$= \frac{85}{3}$$

$$\therefore a = -\frac{35}{3} \text{ और } a_9 = \frac{85}{3}. \text{ Ans.}$$

(vi) $a = 2$, $d = 8$, $S_n = 90$ दिया है, n और a_n जात कीजिए

हल: यहाँ, $a = 2$, $d = 8$

और $S_n = 90$

$$\Rightarrow \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d] = 90$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2}[2 \times 2 + (n - 1)8] = 90$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2}[4 + 8n - 8] = 90$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2}[8n - 4] = 90$$

$$\Rightarrow 4n^2 - 2n - 90 = 0$$

$$\Rightarrow 2n^2 - n - 45 = 0$$

$$\Rightarrow 2n^2 - 10n + 9n - 45 = 0$$

$$\Rightarrow 2n(n - 5) + 9(n - 5) = 0$$

$$\Rightarrow (n - 5)(2n + 9) = 0$$

$$\Rightarrow n - 5 = 0 \text{ या } 2n + 9 = 0$$

$$\Rightarrow n = 5 \text{ या } n = \frac{-9}{2}$$

$\therefore n = 5$ ($\because n$ कभी कृणात्मक या भिन्न नहीं हो सकता)

अब, $a_n = a + (n - 1)d$

$$\begin{aligned}\therefore a_5 &= 2 + (5 - 1)8 \\ &= 2 + 4 \times 8 \\ &= 2 + 40 \\ &= 42\end{aligned}$$

$\therefore n = 5$ और $a_5 = 42$ है। Ans.

(vii) दिया गया है, $a = 8$, $a_n = 62$, $S_n = 210$, n और d ज्ञात कीजिए।

हल: यहाँ, $a = 8$

और $a_n = 8$

$$\begin{aligned}\Rightarrow a + (n - 1)d &= 62 \\ \Rightarrow 8 + (n - 1)d &= 62 \\ \Rightarrow (n - 1)d &= 62 - 8 \\ \Rightarrow (n - 1)d &= 54 \dots \text{। (i)}\end{aligned}$$

और $S_n = 210$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} &= 210 \\ \Rightarrow \frac{n}{2} \{2 \times 8 + 54\} &= 210 \text{ (i) से} \\ \Rightarrow \frac{n}{2} \{16 + 54\} &= 210 \\ \Rightarrow \frac{n}{2} \times 70 &= 210 \\ \Rightarrow 35n &= 210 \\ \Rightarrow n &= 6\end{aligned}$$

समीकरण (i) में 'n' का मान रखें

$$(6 - 1)d = 54$$

$$\Rightarrow 5d = 54$$

$$\Rightarrow d = \frac{54}{5}$$

$\therefore n = 6$ है और $d = 10.8$ है। Ans.

(viii) $a_n = 4$, $d = 2$, $S_n = -14$ दिया है, तो n और a ज्ञात कीजिए।

हल: यहाँ, $a_n = 4$, $d = 2$ और $S_n = -14$

अब, $a_n = 4$

$$\begin{aligned}\Rightarrow a + (n - 1)d &= 4 \\ \Rightarrow a + (n - 1)2 &= 4\end{aligned}$$

(x) दिया गया $I = 28$, $S = 144$, और कुल 9 पद हैं। जात कीजिए

हल: यहाँ, $I = a_n = 28$, और $S_n = 144$

अब, $a_9 = 28$ [∵ कुल पद 9 हैं]

$$\Rightarrow a + (9 - 1) d = 28$$

$$\Rightarrow a + 8d = 28$$

और $S_9 = 144$

$$\Rightarrow \frac{9}{2}[a + 28] = 144 \quad [\because S_n = \frac{n}{2} \{a + l\}]$$

$$\Rightarrow a + 28 = 144 \times \frac{2}{9}$$

$$\Rightarrow a + 28 = 16 \times 2$$

$$\Rightarrow a = 32 - 28$$

$\therefore a = 4$ है। Ans.

4. 636, योग प्राप्त करने के लिए A. P. 9, 17, 25 ... के कितने पद लेने चाहिए?

हल: दिया गया A. P. 9, 17, 25

यहाँ, $a = 9$, $d = 17 - 9 = 8$

और $S_n = 636$

$$\Rightarrow \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d] = 636$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2}[2 \times 9 + (n - 1)8] = 636$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2}[18 + 8n - 8] = 636$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2}[10 + 8\text{एन}] = 636$$

$$\Rightarrow 5n + 4n^2 = 636$$

$$\Rightarrow 4n^2 + 5n - 636 = 0$$

$$\Rightarrow 4n^2 + 53n - 48n - 636 = 0$$

$$\Rightarrow n(4n+53) - 12(4n+53) =$$

$$\Rightarrow (4n+53)(n-12) = 0$$

$$\Rightarrow 4n \pm 53 = 0 \text{ या } n - 12 = 0$$

$$\Rightarrow n = \frac{-53}{4} \text{ या } n = 12$$

$\therefore n = 5$ ($\because n$ कभी कृत्यात्मक या भिन्न नहीं हो सकता)

∴ 12 पदों का योग 636 है। Ans.

5. किसी A. P. का पहला पद 5, अंतिम पद 45 और योगफल 400 है। पदों की संख्या और सार्व अंतर ज्ञात कीजिए।

हल: यहाँ, $a = 5$, $l = a_n = 45$,

और $S_n = 400$

$$\Rightarrow \frac{n}{2}[5 + 45] = 400 \quad [\because S_n = \frac{n}{2}\{a + a_n\}]$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2} \times 50 = 400$$

$$\Rightarrow 25n = 400$$

$$\Rightarrow n = 16$$

और $n = 45$

$$\Rightarrow a + (n - 1)d = 45$$

$$\Rightarrow 5 + (16 - 1)d = 45$$

$$\Rightarrow 15d = 45 - 5$$

$$\Rightarrow 15d = 40$$

$$\Rightarrow d = \frac{40}{15}$$

$$\Rightarrow d = \frac{8}{3}$$

\therefore पदों की संख्या 16 है और सार्व अंतर है $\frac{8}{3}$ Ans.

6. किसी A. P. का पहला और अंतिम पद क्रमशः 17 और 350 हैं। यदि सार्व अंतर 9 है, तो कितने पद हैं और उनका योग क्या है?

हल: यहाँ, $a = 17$, $l = a_n = 350$ और $d = 9$

अब, $a_n = 350$

$$\Rightarrow a + (n - 1)d = 350$$

$$\Rightarrow 17 + (n - 1)9 = 350$$

$$\Rightarrow 17 + 9n - 9 = 350$$

$$\Rightarrow 8 + 9n = 350$$

$$\Rightarrow 9n = 350 - 8$$

$$\Rightarrow 9n = 342$$

$$\Rightarrow n = 38$$

और $S_n = \frac{n}{2}[a + a_n]$

$$\Rightarrow S_{38} = \frac{38}{2}[17 + 350]$$

$$= 19 \times 367$$

$$= 6973$$

\therefore पदों की संख्या 38 है और पदों का योग 6973 है। Ans.

7. किसी A. P. के प्रथम 22 पदों का योग ज्ञात कीजिए जिसमें $d = 7$ तथा 22वाँ पद 149 है।

हल: यहाँ, $n = 22$, $d = 7$,

और $a_{22} = 149$

$$\Rightarrow a + (22 - 1) 7 = 149 \quad [\because a_n = a + (n - 1)d]$$

$$\Rightarrow a + 21 \times 7 = 149$$

$$\Rightarrow a + 147 = 149$$

$$\Rightarrow a = 149 - 147$$

$$\Rightarrow a = 2$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$\Rightarrow S_{13} = \frac{22}{2} [2 \times 2 + (22 - 1) 7]$$

$$= 11 \times [4 + 21 \times 7]$$

$$= 11 \times [4 + 147]$$

$$= 11 \times 151$$

$$= 1661$$

$\therefore a = 2$ और $S_{13} = 1661$ है। Ans.

8. उस A. P. के पहले 51 पदों का योग ज्ञात कीजिए जिसका दूसरा और तीसरा पद क्रमशः 14 और 18 हैं।

हल: यहाँ $n = 51$, $a_2 = 14$

और $a_3 = 18$

समीकरण (ii) में से (i) को घटाने, हमारे पास है

$d = 4$

समीकरण (i) में 'd' का मान रखें, हमारे पास हैं

$$a + 4 = 14$$

$$\Rightarrow a = 14 - 4$$

$$\Rightarrow a = 10$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1) d]$$

$$\Rightarrow S_{51} = \frac{51}{2}[2 \times 10 + (51 - 1) 4]$$

$$= \frac{51}{2} \times [20 + 50 \times 4]$$

$$= \frac{51}{2} \times [20 + 200]$$

$$= \frac{51}{2} \times 220$$

$$= 51 \times 1$$

$$= 5610$$

∴ 51 पदों का योग 5610 है। Ans.

9. यदि किसी A. P. के प्रथम 7 पदों का योग 49 है और 17 पदों का योग 289 है, तो प्रथम n पदों का योग ज्ञात कीजिए।

हल: यहाँ एक A. P. के पहले 7 पदों का योग 49 है

$$\Rightarrow S_7 = 49$$

$$\Rightarrow \frac{7}{2}[2a + (7 - 1)d] = 49$$

$$\Rightarrow 2a + 6d = 49 \times \frac{2}{7}$$

$$\Rightarrow 2a + 6d = 14$$

और पहले 17 पदों का योग 289 है।

$$\Rightarrow S_{17} = 289$$

$$\Rightarrow \frac{17}{2}[2a + (17 - 1)d] = 289$$

$$\Rightarrow 2a + 16d = 289 \times \frac{2}{17}$$

$$\Rightarrow 2a + 16d = 34$$

समीकरण (ii) में से (i) को घटाने, हमारे पास है

$$5 \text{ d} = 10$$

⇒d = 2

समीकरण (i) में 'd' का मान रखें, हमारे पास हैं

$$a + 3 \times 2 = 7$$

$$\Rightarrow a + 6 = 7$$

$$\Rightarrow a = 7 - 6$$

$$\Rightarrow a = 1$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$= \frac{n}{2}[2 \times 1 + (n - 1)2]$$

$$= \frac{n}{2}[2 + 2n - 2]$$

$$= \frac{n^2}{2} \times 2n$$

$$= n^2$$

∴ पहले n पदों का योग n^2 है। Ans.

10. दर्शाइए कि a_1, a_2, \dots, a_n , एक A. P. बनाता है जहाँ a_n को नीचे परिभाषित किया गया है

$$(i) a_n = 3 + 4n \quad (ii) a_n = 9 - 5n$$

प्रत्येक स्थिति में पहले 15 पदों का योग भी जात कीजिए।

हल: (i) $a_n = 3 + 4n$

$$n = 1 \text{ के लिए, } a_1 = 3 + 4 \times 1 = 7$$

$$n = 2 \text{ के लिए, } a_2 = 3 + 4 \times 2 = 3 + 8 = 11$$

$$n = 3 \text{ के लिए, } a_3 = 3 + 4 \times 3 = 3 + 12 = 15$$

$$n = 4 \text{ के लिए, } a_4 = 3 + 4 \times 4 = 3 + 16 = 19$$

\therefore वह क्रम 7, 11, 15, 19, है

$$a_2 - a_1 = 11 - 7 = 4$$

$$a_3 - a_2 = 15 - 11 = 4$$

$$\text{यहाँ } a_2 - a_1 = a_3 - a_2$$

\therefore यह क्रम एक A. P. बना रहा है

$$\text{अब, } S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$\begin{aligned} \therefore S_{15} &= \frac{15}{2}[2 \times 7 + (15 - 1)4] \\ &= \frac{15}{2}[14 + 14 \times 4] \\ &= \frac{15}{2}[14 + 56] \\ &= \frac{15}{2} \times 70 \\ &= 15 \times 35 \\ &= 525 \end{aligned}$$

\therefore पहले 15 पदों का योग 525 है। Ans.

हल: (ii) $a_n = 9 - 5n$

$$n = 1 \text{ के लिए, } a_1 = 9 - 5 \times 1 = 9 - 5 = 4$$

$$n = 2 \text{ के लिए, } a_2 = 9 - 5 \times 2 = 9 - 10 = -1$$

$$n = 3 \text{ के लिए, } a_3 = 9 - 5 \times 3 = 9 - 15 = -6$$

$$n = 4 \text{ के लिए, } a_4 = 9 - 5 \times 4 = 9 - 20 = -11$$

\therefore क्रम 4, -1, -6, -11, है।

$$a_2 - a_1 = -1 - 4 = -5$$

$$a_3 - a_2 = -6 - (-1) = -6 + 1 = -5$$

$$\text{यहाँ } a_2 - a_1 = a_3 - a_2$$

\therefore यह क्रम एक A. P. बना रहा है

$$\text{अब, } S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$\therefore S_{15} = \frac{15}{2}[2 \times 4 + (15 - 1)(-5)]$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{15}{2}[8 + 14 \times (-5)] \\
 &= \frac{15}{2}[8 - 70] \\
 &= \frac{15}{2} \times (-62) \\
 &= 15 \times (-31) \\
 &= -465
 \end{aligned}$$

∴ पहले 15 पदों का योग -465 है। Ans.

11. यदि किसी के प्रथम n पदों का योग $4n - n^2$ है, तो इसका प्रथम पद (अर्थात् S_1) क्या है? प्रथम दो पदों का योग क्या है? दूसरा पद क्या है? इसी प्रकार तीसरा, 10वां और n वाँ पद ज्ञात कीजिए।

हल: यहाँ, $S_n = 4n - n^2$

$$\begin{aligned}
 n = 1 \text{ के लिए, } S_1 &= 4 \times 1 - 1^2 \\
 &= 4 - 1 \\
 &= 3 \\
 \Rightarrow a &= 3 [\because a_1 = S_1]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{For } n = 2, S_2 &= 4 \times 2 - 2^2 \\
 &= 8 - 4 \\
 &= 4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow a_2 &= 4 - 3 [\because a_2 = S_2 - S_1] \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{For } n = 3, S_3 &= 4 \times 3 - 3^2 \\
 &= 12 - 9 = 3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow a_3 &= 3 - 4 [\because a_3 = S_3 - S_2] \\
 &= -1
 \end{aligned}$$

∴ A. P. है 3, 1, -1,

यहाँ $a = 3$ और $d = 1 - 3 = -2$ है

$$\begin{aligned}
 a_n &= a + (n - 1)d \\
 \therefore a_{10} &= 3 + (10 - 1)(-2) \\
 &= 3 + 9 \times (-2) \\
 &= 3 - 18 \\
 &= -15
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{और } a_n &= 3 + (n - 1)(-2) \\
 &= 3 - 2n + 2 \\
 &= 5 - 2n
 \end{aligned}$$

∴ पहला पद = 3, दूसरा पद = 1, तीसरा पद = -1, दो पदों का योग = 4, दसवाँ पद = -15 और n पदों का योग = $5 - 2n$ है। Ans.

12. ऐसे प्रथम 40 धनात्मक पूर्णांकों का योग ज्ञात कीजिए जो 6 से विभाज्य हैं।

हल: ऐसे प्रथम 40 धनात्मक पूर्णांक जो 6 से विभाज्य हैं,

6, 12, 18, 24

यहाँ, $a = 6$, $d = 6$ और $n = 40$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$S_{40} = \frac{40}{2}[2 \times 6 + (40 - 1)6]$$

$$= 20[12 + 39 \times 6]$$

$$= 20[12 + 234]$$

$$= 20 \times 246$$

$$= 4920$$

\therefore 6 से विभाज्य प्रथम 40 धनात्मक पूर्णांकों का योग 4920 है। Ans.

13. 8 के प्रथम 15 गुणजों का योग ज्ञात कीजिए।

हल: 8 के पहले 15 गुणक हैं

8, 16, 24, 32....., 120

यहाँ, $a = 8$, $d = 8$ और $n = 15$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$S_{15} = \frac{15}{2}[2 \times 8 + (15 - 1)8]$$

$$= \frac{15}{2}[16 + 14 \times 8]$$

$$= \frac{15}{2}[16 + 112]$$

$$= \frac{15}{2} \times 128$$

$$= 15 \times 64$$

$$= 960$$

\therefore 8 के पहले 15 गुणजों का योग 960 है। Ans.

14. 0 और 50 के बीच की विषम संख्याओं का योग ज्ञात कीजिए।

हल: 0 और 50 के बीच की विषम संख्याएँ हैं

1, 3, 5, 7, 9 ... 49

यहाँ, $a = 1$, $d = 2$

और $a_n = 49$

$$\Rightarrow a + (n - 1)d = 49$$

$$\Rightarrow 1 + (n - 1)2 = 49$$

$$\Rightarrow 1 + 2n - 2 = 49$$

$$\Rightarrow 2n - 1 = 49$$

$$\Rightarrow 2n = 49 + 1$$

$$\Rightarrow 2n = 50$$

$$\Rightarrow n = 25$$

अब, $S_n = \frac{n}{2}[a + l]$

$$\therefore S_{25} = \frac{25}{2}[1 + 49]$$

$$= \frac{25}{2} \times 50$$

$$= 625$$

\therefore 0 और 50 के बीच की विषम संख्याओं का योग 625 है। Ans.